

- 【1】 6で割って5余り,7で割って6余り,8で割って7余る正の整数を考える.このような正の整数のうち,最小のものを求めよ.
- 【2】  $5^{555}$ を17で割ったときの余りを求めよ.
- 【3】 正の整数 $a, b(a > b)$ に対して,以下の操作を行い,余りが0または1になったときに操作を終了する.

1回目の操作:  $a$ を $b$ で割り,そのときの余りを $r_1$ とする.  
 2回目の操作:  $b$ を $r_1$ で割り,そのときの余りを $r_2$ とする.  
 3回目の操作:  $r_1$ を $r_2$ で割り,そのときの余りを $r_3$ とする.  
 4回目の操作:  $r_2$ を $r_3$ で割り,そのときの余りを $r_4$ とする.  
 . . .  
 $n$ 回目の操作:  $r_{n-2}$ を $r_{n-1}$ で割り,そのときの余りを $r_n$ とする.  
 . . .

このとき,正の整数 $a, b$ に対し上記の操作が $N_{a,b}$ 回目で終了したとして,約束記号 $\ll a, b \gg$ を次のように定義する.

$$\ll a, b \gg = \begin{cases} N_{a,b} \text{回目の操作における割る数} (N_{a,b} \text{回目の操作における余りが0のとき}) \\ 1 (N_{a,b} \text{回目の操作における余りが1のとき}) \end{cases}$$

例えば,  $\ll 57, 10 \gg$ は,

$$57 = 10 \times 5 + 7$$

$$10 = 7 \times 1 + 3$$

$$7 = 3 \times 2 + 1$$

となって,3回目の操作で終了し, $\ll 57, 10 \gg = 1$ となる.

以下の問に答えよ.

問1  $\ll 96, 18 \gg, \ll 144, 15 \gg, \ll 791, 182 \gg$ の値を求めよ.

問2  $(\ll 42, x \gg)^2 - 13 \ll 42, x \gg - 14 = 0$ が成り立つとき,これを満たす42未満の正の整数 $x$ をすべて求めよ.

問3  $p$ を素数として, $\ll p^2 + 3, \ll (p + 1)^2, p - 1 \gg \gg = 2$ となる $p$ を5つ求めよ.