

次の文章を読んで、後の問に答えよ。

図1のように、振動数 f の音を発する音源が x 軸上を速さ v [m/s]正の方向に移動している。また、観測者は x 軸上を正の方向に u [m/s]で移動している。このとき、観測者の聞く音の振動数 f' は(1)式のように与えられる。なお、音速は V [m/s]とする。



図1

$$f' = \frac{V-u}{V-v} f \dots (1)$$

(1)式は音波のドップラー効果のみならず、光のドップラー効果にも適用できる。このとき、光速を c [m/s]として、(1)式の V を c に置き換えればよい。そうすると、(2)式が得られる。

$$f' = \frac{c-u}{c-v} f \dots (2)$$

ここで、図2のように静止しているとみなせる惑星Xに、惑星Yが速さ w [m/s]で接近してくる状況を考えてよう。

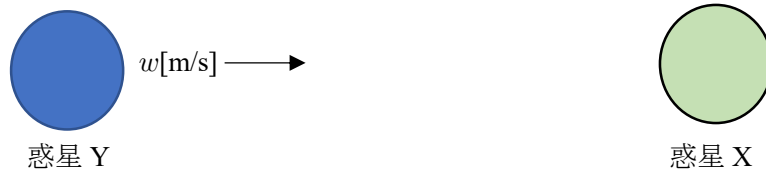


図2

このとき、惑星Yから惑星X目掛けて、振動数が f の光を1秒間照射する。惑星Xの立場では、振動数が イ の光を観測することになる。なお、惑星Xにおける光速は c [m/s]であるとする。

一方で、この現象を惑星Yからみるとどうなるであろうか。惑星Yでは惑星Xが速さ w [m/s]で接近してくるように見える。そのため、惑星Yにおける光速を c' [m/s]とすれば、惑星Xでは振動数が ロ の光を観測されるだろうと考えることができる。

これらは同じ現象を違う立場から観察したにすぎないため、 イ と ロ の値は一致しなければならない。そのためには、 c と c' の値は異なる必要がある。しかし、アインシュタインの特殊相対性理論によれば、「光速はどこから見ても一定となる」ことが明らかになっているため、 c と c' の値は等しくなる。この矛盾を解決するには、次の仮説Hが成立しなければならない。

仮説H：『惑星X,Yとでは時間の進み方が異なり、惑星Xでの1秒が惑星Yでの T 秒に対応する。』

仮説Hより、惑星Yの時間軸において光を1秒間照射したとき、惑星Xの時間軸ではその照射時間は $\frac{1}{T}$ 秒となる。よって、惑星Xの時間軸で見れば、惑星Yから発せられた光の振動数は fT となる。それを踏まえると、 イ を T 倍する必要がある。

また、惑星Yから見れば速さ w [m/s]で惑星Xが接近しているように見えるため、仮説Hと同様に仮説H'

が成立するはずである.

仮説 H' :『惑星 X,Y とでは時間の進み方が異なり, 惑星 Y での 1 秒が惑星 X での T 秒に対応する.』

惑星 Y の時間軸において, は 1 秒間に惑星 X が受け取る波の個数であると解釈できる. しかし, 仮説 H' より惑星 X,Y とでは時間の進み方が異なる. よって, 惑星 X の時間軸において 個の波を受け取るのに要する時間を考えれば, 惑星 X で 1 秒間に受け取る波の個数は を 倍したものとなる.

以上を踏まえれば, T の値を算出することができる.

問 1 空所 , , に入る式を c, c', w, f の中から必要な文字を用いてそれぞれ表せ.

問 2 T を c, w を用いて表せ. なお, 答えに根号を含んでもよい.